

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים
ב. בגרות לנבחנים אקסטרנליים
מועד הבחינה: חורף תשס"ז, 2007
מספר השאלון: 307, 035007
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יחידות לימוד

מתמטיקה

שאלון ז'

הוראות לנבחן

- א. משך הבחינה: שעתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים.
- פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים – $33\frac{1}{3} \times 2$ – $66\frac{2}{3}$ נקודות
פרק שני – מספרים מרוכבים, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות – $33\frac{1}{3} \times 1$ – $33\frac{1}{3}$ נקודות
סה"כ – 100 נקודות
- ג. חומר עזר מותר בשילמוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התחל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון. הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטיוטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטיוטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

ב ה צ ל ח ה !

ה ש א ל ו ת

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1. מעגל, שמרכזו נמצא על הישר $y = mx - 8$; עובר בנקודות $A(16,6)$ ו- $B(-2,0)$.

א. הבע את שיעורי מרכז המעגל באמצעות m .

ב. נתון גם כי מרכז המעגל נמצא על ציר ה- x .

חשב את הזווית שבין המיתר AB לישר המשיק למעגל בנקודה $A(16,6)$.

2. נתונה ההיפרבולה $x^2 - y^2 = a^2$.

P היא נקודה כלשהי על ההיפרבולה ברביע הראשון.

מהנקודה P מורידים אנך לציר ה- x , החותך את הציר בנקודה N .

דרך הנקודה N מעבירים ישר l_1 המקביל ל- OP (O היא ראשית הצירים).

דרך הנקודה P מעבירים ישר l_2 המקביל לציר ה- x .

הישרים l_1 ו- l_2 נפגשים בנקודה M .

א. הבע באמצעות a את משוואת המקום הגאומטרי של הנקודות M הנוצרות

באופן זה.

ב. מהי הצורה הגאומטרית שמתוארת על ידי המשוואה שמצאת בסעיף א'?

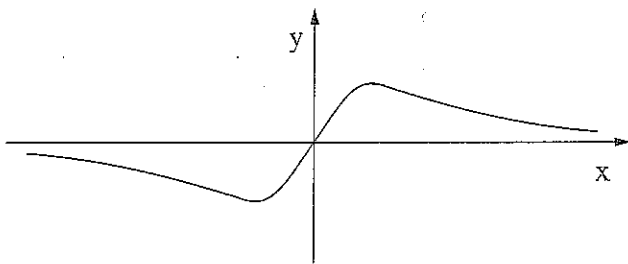
3. הישר l_1 הוא $\underline{x} = (-1, 3, 0) + t(3, 1, 3)$. הישר l_2 עובר דרך הנקודה $A(-1, 0, 4)$, מקביל למישור π שמשוואתו $3x - 4y + z - 10 = 0$, וחותך את הישר l_1 בנקודה B.
- א. (1) הבע באמצעות t את וקטור הכיוון של הישר l_2 .
 (2) מצא את שיעורי הנקודה B.
- ב. מבין הנקודות שבמישור π , הנקודה A' היא הקרובה ביותר לנקודה $A(-1, 0, 4)$, והנקודה B' היא הקרובה ביותר לנקודה B, שאת שיעוריה מצאת בסעיף א. חשב את היקף המלבן $ABB'A'$.
 בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני – מספרים מרוכבים,

פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות (33 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4. א. בציור שלפניך מוצג הגרף של

$$f(x) = \frac{ax}{1+x^2},$$

$$a > 0$$

הבע באמצעות a את השטח

המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$, על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר המשיק ל- $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

ב. w הוא מספר מרוכב שונה מאפס ו- $z = \frac{w}{\bar{w}}$.

הוכח כי הארגומנט (הזווית בהצגה הקוטבית) של z שווה לפעמיים הארגומנט

של w , והערך המוחלט של z הוא 1.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

+ נספח

5. נתונה הפונקציה $f(x)$ המוגדרת על ידי $f(x) = \frac{e^x}{e^x - a}$, $a > 0$, $a \neq 1$.

א. מצא (הבע באמצעות a במידת הצורך):

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש נקודות כאלה).

(3) את שלוש האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ב. הראה כי הפונקציה יורדת לכל x בתחום ההגדרה שלה.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה:

(1) עבור $a > 1$.

(2) עבור $0 < a < 1$.

בכל סקיצה סרטט את האסימפטוטות, וציין על הצירים את השיעורים של נקודות

החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש נקודות כאלה).

בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל
אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך