

סוג הבחינה: א. בגרות לבתי ספר על-יסודיים  
ב. בגרות לנבחנים אקסטרניים  
מועד הבחינה: קיץ תשס"ט, 2009  
מספר השאלון: 306, 035006  
נספח: דפי נוסחאות ל-4 ול-5 יהודות לימוד

## מתמטיקה

### שאלון 7

#### חלקאות לנבחן

- א. משך הבחינה: שתיים.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערמה: בשאלון זה שני פרקים.
- |              |   |                             |   |                          |   |                        |
|--------------|---|-----------------------------|---|--------------------------|---|------------------------|
| פרק ראשון    | — | אלגברה                      | — | $33\frac{1}{3} \times 1$ | — | $33\frac{1}{3}$ נקודות |
| פרק שני      | — | חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, |   |                          |   |                        |
| טריגונומטריה | — |                             |   | $33\frac{1}{3} \times 2$ | — | $66\frac{2}{3}$ נקודות |
|              | — | סה"כ                        | — |                          |   | 100 נקודות             |
- ג. הנמה עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון הניתן לתכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הנראות מיוחדות:
- (1) אל תעתיק את השאלה; סמן את מספרה בלבד.
- (2) התהל כל שאלה בעמוד חדש. רשום במחברת את שלבי הפתרון, גב כאשר הישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- הסבר את כל פעולותיך, כולל הישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- (3) לטייטה יש להשתמש במחברת הבחינה או בדפים שקיבלת מהמשגיחים. שימוש בטייטה אחרת עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- ההנחיות בשאלון זה מנוסחות בלשון זכר ומכוונות לנבחנות ולנבחנים כאחד.

בהצלחה!

## השאלות

**שים לב!** הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.  
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

### פרק ראשון – אלגברה (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 2-1.

**שים לב!** אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1. רוכב אופניים יצא בשעה 08:00 מעיר A, ורוכב אופניים שני יצא בשעה 09:00 מעיר A. כל אחד מהרוכבים רכב במהירות קבועה לעיר B. המרחק בין A ל-B הוא 45 ק"מ. כאשר הרוכב הראשון הגיע לעיר B, הרוכב השני עדיין לא הגיע לעיר B והיה במרחק של 25 ק"מ ממנה.

מהירות הרוכב הראשון גדולה ב-  $m$  קמ"ש ממהירות הרוכב השני, וידוע כי  $0 < m < 5$ .

א. הבע באמצעות  $m$  את שני הפתרונות האפשריים למהירות הרוכב השני.

ב. נסמן את שני הפתרונות שהבעת בסעיף א' ב-  $x_1$  וב-  $x_2$ .

מצא עבור אילו ערכי  $m$  מתקיים  $|x_1 - x_2| < 11$ .

2. א. נתון כי השוויון  $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + \dots - (2n-1)^2 = an^2 + bn$

נכון עבור  $n = 2$  ועבור  $n = 4$ .

מצא את  $a$  ואת  $b$ .

ב. הוכח באינדוקציה או בדרך אחרת כי השוויון

$$1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + \dots - (2n-1)^2 = -2n^2$$

נכון לכל  $n$  טבעי זוגי.

ג. נתון כי  $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + \dots + c^2 = 1921$

מצא את  $c$ .

**פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי, טריגונומטריה** (66  $\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה –  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, ייבדקו רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3. נתונה הפונקציה  $f(x) = x - \frac{\sin(2x)}{2}$ .

א. הראה כי  $f'(x) = 2\sin^2 x$ .

ב. (1) האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות קיצון? נמק.

(2) האם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות פיתול? נמק.

ג. בצור שלפניך מוצג הגרף

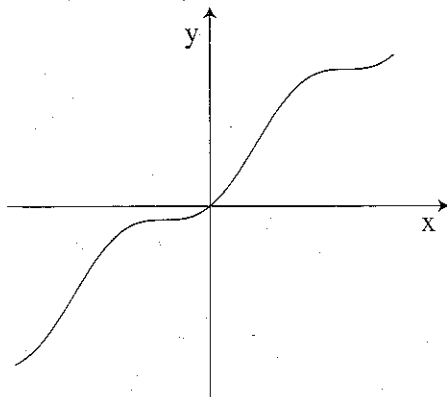
של הפונקציה  $g(x) = x + \sin^2 x$

בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$

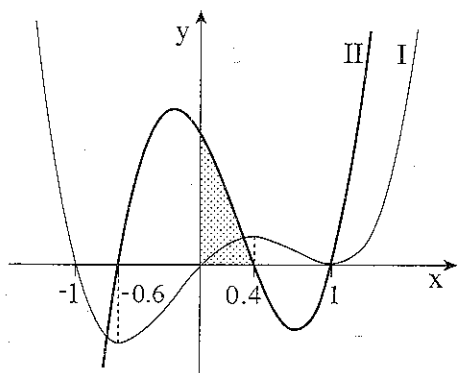
בתחום הנתון מצא את כל השטח

המוגבל על ידי הגרף של  $g(x)$

ועל ידי הישר  $y = x$ .



/המשך בעמוד 4/



4. בציור שלפניך מוצגות סקיצות

של שני גרפים: גרף I וגרף II.

אחד הגרפים הוא של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,

והגרף האחר הוא הגרף של פונקציית

הנגזרת השנייה  $f''(x)$ .

א. איזה גרף הוא של  $f'(x)$ ,

ואיזה גרף הוא של  $f''(x)$ ? נמק.

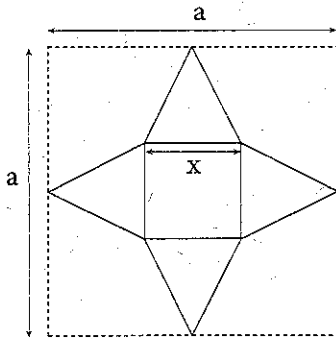
ב. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

ג. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הפיתול של הפונקציה  $f(x)$ . נמק.

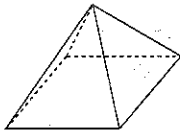
ד. הוכח שהשטח המוגבל על ידי גרף II וציר ה- $x$  (השטח המקווקו בציור)

שווה לשטח המוגבל על ידי גרף II והצירים (השטח המנוקד בציור).

/המשך בעמוד 5/



ציור 1



ציור 2

5. בריבוע שצלעו  $a$  חותכים מהפינות דלתונים זהים כמתואר בציור 1. את המשולשים שוויהשוקיים שנוצרו מקפלים כלפי מעלה, וכך מתקבלת פירמידה ריבועית וישרה (ראה ציור 2).

א. סמן ב- $x$  את אורך המקצוע

של בסיס הפירמידה  $(0 < x < \frac{a}{2})$ ,

ובטא באמצעות  $a$  ו- $x$  את גובה הפירמידה.

ב. מה צריך להיות אורך המקצוע של בסיס

הפירמידה כדי שנפחה יהיה מקסימלי?

(מובע באמצעות  $a$ .)

ג. עבור הפירמידה שנפחה מקסימלי, חשב את הזווית בין פאה צדדית לבין בסיס הפירמידה.

## בהצלחה!

זכות היוצרים שמורה למדינת ישראל  
 אין להעתיק או לפרסם אלא ברשות משרד החינוך