

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

א. משך הבחינה: ארבע שעות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

פרק שני – גאומטריה

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – לכל שאלה 22 נקודות.

סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות לתכנות.

שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.

(2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.

(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.

יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.

יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.

חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.

כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

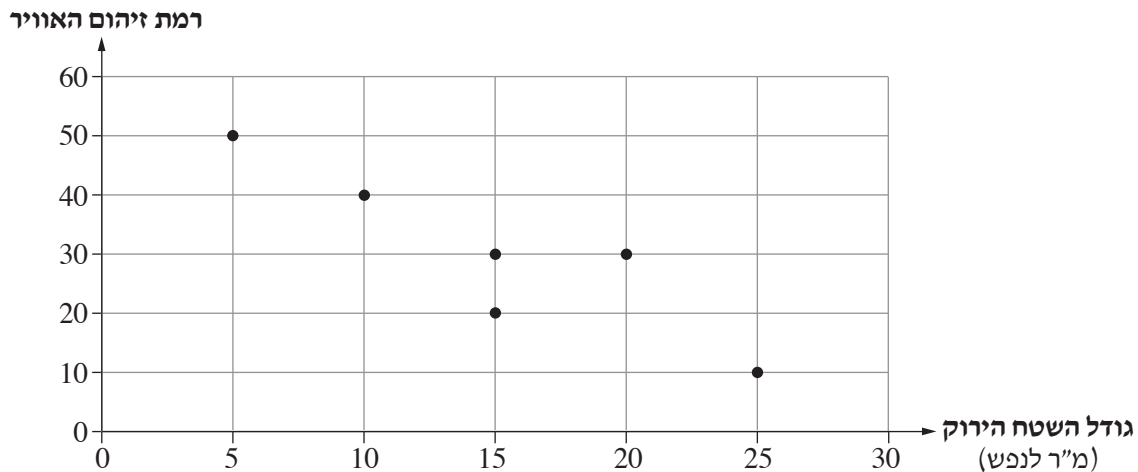
ענו על חמש מן השאלות 1–8 (לכל שאלה – 22 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1. במדינה מסוימת נערך מחקר ארצי בתחום הבריאות.
 - א. נמצא כי מספר הצעדים היומי שהולך כל אחד מן המשתתפים. נמצא כי מספר הצעדים היומי מתפלג נורמלית, וסטיית התקן היא 800. נמצא כי 37.5% מן המשתתפים במחקר הולכים פחות מ- 6,944 צעדים ביום. מצאו את ממוצע מספר הצעדים היומי של המשתתפים במחקר.
 - ב. משרד הבריאות ממליץ ללכת יותר מ- 8,400 צעדים ביום. מצאו את אחוז המשתתפים במחקר שמקיימים את ההמלצה הזאת. נמצא כי 14,722 מן המשתתפים במחקר הולכים יותר מ- 7,200 צעדים ביום ופחות מ- 8,400 צעדים ביום.
 - ג. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה אנשים סך הכול השתתפו במחקר? במחקר נבדק גם מספר שעות השינה ביממה של כל אחד מן המשתתפים במחקר. נמצא כי גם מספר שעות השינה ביממה מתפלג נורמלית. ממוצע שעות השינה ביממה של המשתתפים במחקר הוא 7 שעות. שרית השתתפה במחקר. מספר שעות השינה של שרית ביממה הוא 9.28, ומספר הצעדים היומי שלה הוא 8,416. ציון התקן של מספר הצעדים היומי של שרית זהה לציון התקן של מספר שעות השינה שלה ביממה.
 - ד. מצאו את סטיית התקן של מספר שעות השינה ביממה של המשתתפים במחקר.

2. חוקר סביבה בדק ב-6 ערים שונות את הקשר בין גודל השטח הירוק (פארקים וגינות) לנפש בעיר (המשתנה x) ובין רמת זיהום האוויר בעיר (המשתנה y).
 החוקר קבע את רמת זיהום האוויר בכל עיר על פי מדד איכות האוויר AQI (מדד מספרי של כמות המזהמים באוויר).
 הנתונים מוצגים בדיאגרמת הפיזור שלפניכם.



- נסמן ב- r את מקדם המתאם בין x ל- y .
- א. לפניכם ארבעה היגדים I-IV. קבעו איזה היגד נכון. נמקו את קביעתכם.
- I. $0 < r < 1$
 - II. $r = -1$
 - III. $-1 < r < 0$
 - IV. אי אפשר לקבוע את טווח הערכים של r .
- ב. (1) חשבו את ממוצע גודל השטח הירוק לנפש ב-6 הערים.
 (2) חשבו את ממוצע רמת זיהום האוויר ב-6 הערים.
- נתון כי משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x היא: $y = -1.8x + b$.
- ג. (1) מצאו את הערך של b .
 (2) על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי לרמת זיהום האוויר בעיר שגודל השטח הירוק שלה הוא 18 מ"ר לנפש?
- ד. חשבו את סטיית התקן של גודל השטח הירוק ב-6 הערים.
- החוקר מצא כי סטיית התקן של רמת זיהום האוויר היא $S_y = \sqrt{\frac{500}{3}}$.
- ה. היעזרו במשוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x ומצאו את מקדם המתאם r .
- החוקר גילה שהייתה תקלה במכשיר המדידה, וכי למעשה רמת זיהום האוויר בכל אחת מ-6 הערים הייתה גבוהה ב-4 מרמת הזיהום שנמדדה. החוקר תיקן את הנתונים בהתאם לכך.
- ו. (1) האם שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x לאחר תיקון הנתונים גדל, קטן או לא השתנה? נמקו את תשובתכם.
 (2) כתבו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x לאחר תיקון הנתונים של רמת זיהום האוויר.

3. במפעל מסוים מייצרים מחשבים.

כל המחשבים שיוצרו במחזור ייצור מסוים נבדקו בשתי בדיקות איכות כדי לוודא שהם תקינים.

בבדיקה הראשונה נמצא ש- 80% מן המחשבים הם תקינים.

אם מחשב נמצא תקין בבדיקה הראשונה, ההסתברות שבבדיקה השנייה הוא יימצא תקין היא 0.9.

אם מחשב לא נמצא תקין בבדיקה הראשונה, ההסתברות שבבדיקה השנייה הוא יימצא תקין היא 0.35.

בחרו באקראי מחשב שיוצר במחזור הייצור.

א. מהי ההסתברות שבדיוק באחת הבדיקות המחשב נמצא תקין?

ב. מהי ההסתברות שלפחות באחת הבדיקות המחשב נמצא תקין?

רק מחשב שנמצא תקין בשתי הבדיקות מועבר למכירה.

בחרו באקראי מחשב שיוצר במחזור הייצור.

ג. ידוע שהמחשב שנבחר נמצא תקין לפחות באחת הבדיקות. מהי ההסתברות שמחשב זה הועבר למכירה?

נתון כי במחזור ייצור זה ייצרו 250 מחשבים.

ד. מצאו את מספר המחשבים שהועברו למכירה במחזור ייצור זה.

מבין המחשבים שייצרו במחזור ייצור זה, בוחרים באקראי שני מחשבים זה אחר זה (הוצאה ללא החזרה).

ה. מהי ההסתברות שבדיוק מחשב אחד הועבר למכירה?

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{4x^2}{x^2 - 9} + a$.
a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית.

ג. נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = \sqrt{3}$.
מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 2$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על הסעיפים ד-ו.

ד. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(4) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x - 7)$.

ו. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(2) האם הפונקצייה $g(x)$ היא זוגית? נמקו את תשובתכם.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = 2x - 4\sqrt{5x - 16}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

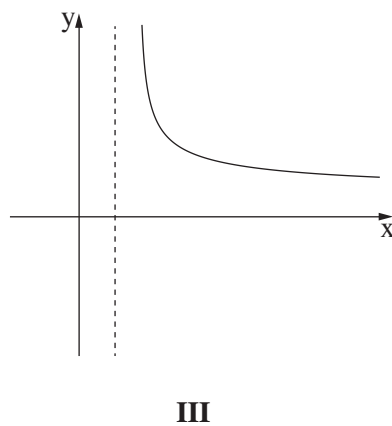
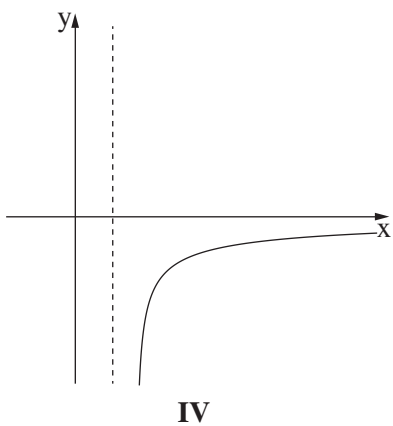
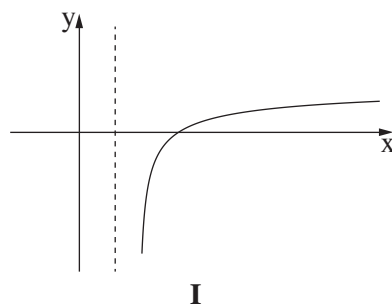
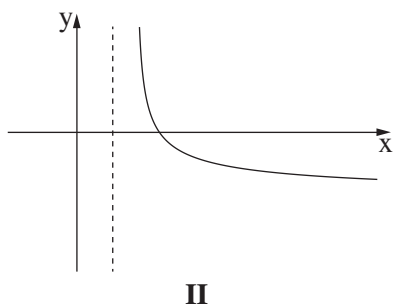
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x > 3.2$.

ה. (1) קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 4$ ו- $x = 13$.



8.

אדריכלית נוף תכננה מתחם ציבורי.

המתחם מורכב משלושה חלקים המחוברים זה לזה:

מבואה – המלבן ABCD

שביל גישה – המלבן BEFC

גן פסלים – הריבוע EGHK

הנקודות G, E, B, A נמצאות על ישר אחד, כמתואר בסרטוט.



אורך הקטע AG הוא 8 מטרים.

אורך הצלע EG גדול פי 2 מאורך הצלע AB.

נסמן ב- x את אורך הצלע AB.א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע BE.

נתון כי שטח המבואה הוא 1 מ"ר.

ב. (1) הביעו באמצעות x את אורך הצלע AD.(2) הביעו באמצעות x את השטח הכולל של המתחם.ג. מצאו את הערך של x שבעבורו השטח הכולל של המתחם הוא מינימלי.

ד. האם ייתכן שהשטח הכולל של המתחם הוא 9 מ"ר? נמקו את תשובתכם.

בהצלחה