

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

תוכנית חדשה

א. משך הבחינה: שעתיים ועשרים דקות.

ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.

ג. חומר עזר מותר בשימוש:

- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).

ד. הוראות מיוחדות:

- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
- יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

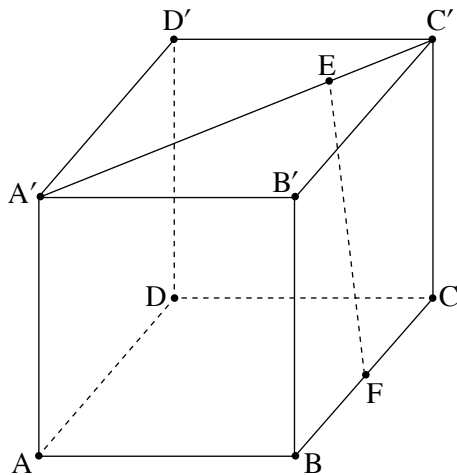
השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1–5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטרייה במרחב וגדילה ודעיכה

1. תלמידי כיתה י"ב ותלמידי כיתה י"ב2 בבית ספר מסוים החליטו לערוך מסיבת סיום. כדי לממן את עלות המסיבה הם אספו במשך כמה שבועות בקבוקים ריקים, והעבירו אותם למחזור תמורת כסף. תלמידי כיתה י"ב1 אספו בקבוקים במשך 5 שבועות. מספר הבקבוקים שהם אספו בכל שבוע גדול פי q ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע שלפניו. מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י"ב1 בשבוע הרביעי גדול פי 3.375 ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע הראשון.
 - א. מצאו את הערך של q .
 - ב. מצאו את מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י"ב1 בשבוע הראשון ובשבוע האחרון היה 2,425.
 - ג. מצאו את הערך של d .
 - ד. האם הסכום הכולל שקיבלו תלמידי שתי הכיתות ממחזור כל הבקבוקים יספיק למימון עלות המסיבה? נמקו את תשובתכם.
- תלמידי כיתה י"ב2 אספו בקבוקים במשך 18 שבועות. בכל שבוע הם אספו d בקבוקים יותר מבשבוע שלפניו. בשבוע השני תלמידי כיתה י"ב2 אספו 230 בקבוקים. תלמידי כיתה י"ב2 אספו 6,300 בקבוקים סך הכול.



2. בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע.

הנקודה F היא אמצע המקצוע BC .

הנקודה E נמצאת על האלכסון $A'C'$, כך שמתקיים $\overrightarrow{A'E} = \frac{3}{4} \overrightarrow{A'C'}$.

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{w}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{u}$ את הווקטורים $\overrightarrow{A'E}$ ו- $\overrightarrow{FE}$.

נתון כי אורך מקצוע הבסיס הוא 4.

ב. חשבו את האורך של הווקטור $\overrightarrow{A'E}$.

נתון: $|\overrightarrow{A'E}| = |\overrightarrow{FE}|$.

ג. הראו כי התיבה היא קובייה.

ד. (1) הראו כי $\overrightarrow{FE}$ מאונך ל- $\overrightarrow{A'C'}$.

(2) חשבו את שטח המשולש $A'FC'$.

3. באזור A חיים פינגווינים. מתחילת שנת 2000 מספר הפינגווינים באזור זה קטן בכל שנה באחוז קבוע.

א. האם ההפרש בין מספר הפינגווינים בתחילת שנת 2000 ובין מספרם בתחילת שנת 2001 שווה להפרש בין

מספר הפינגווינים בתחילת שנת 2001 ובין מספרם בתחילת שנת 2002? נמקו את תשובתכם.

בתחילת שנת 2000 היו 253,000 פינגווינים באזור A. מספר הפינגווינים באזור זה קטן ב- 5% בכל שנה.

גם באזור B חיים פינגווינים. מספר הפינגווינים באזור זה קטן בכל שנה באחוז קבוע.

בתחילת שנת 2000 היו 313,000 פינגווינים באזור B.

בתחילת שנת 2010 מספר הפינגווינים באזור A היה שווה למספר הפינגווינים באזור B.

ב. מצאו בכמה אחוזים קטן מספר הפינגווינים באזור B בכל שנה.

ג. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2000 מספר הפינגווינים באזור B היה 98,000.

מתחילת שנת 2018, בעקבות שיקום אזור A, גדל מספר הפינגווינים באזור זה ב- 2% בכל שנה.

ד. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2018 גדל מספר הפינגווינים באזור A ב- 17% ממספרם בתחילת שנת 2018.

פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (3x^2 - a) \cdot e^x$, המוגדרת לכל x .

a הוא פרמטר.

נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = 1$.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 9$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ה.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

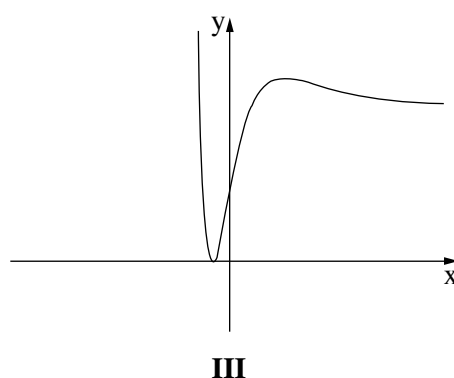
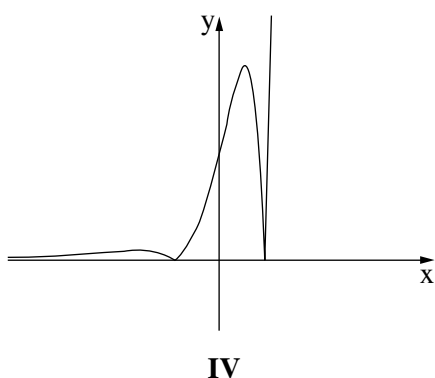
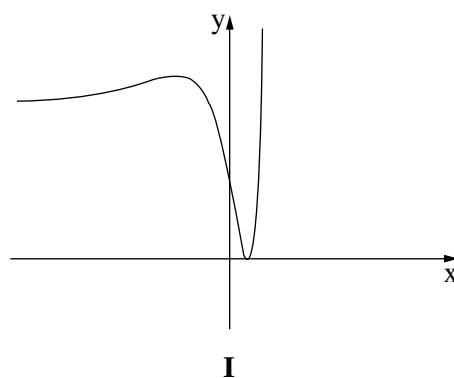
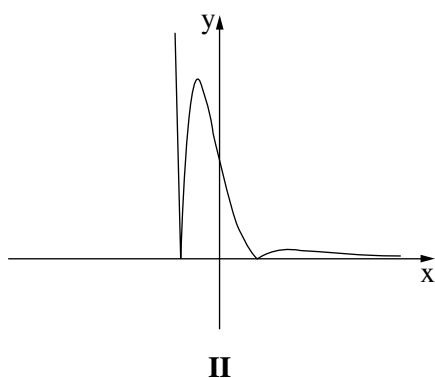
ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = |f(x)|$, המוגדרת לכל x .

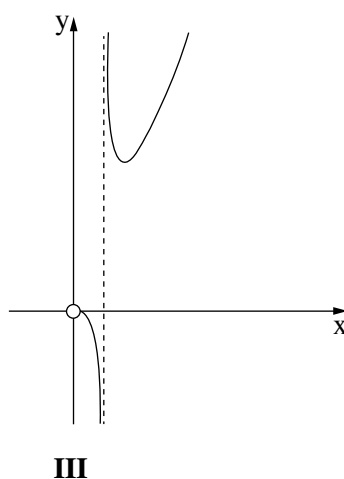
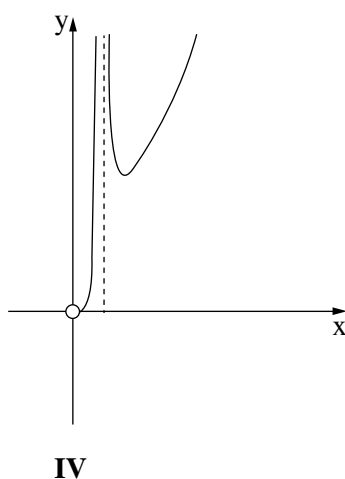
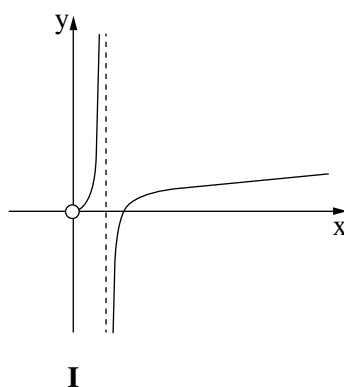
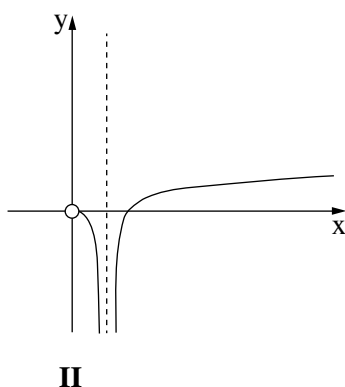
ה. (1) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקצייה $g(x)$. נמקו את קביעתכם.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.



5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2}{-6 + 4\ln(x)}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.
- ב. האם גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.
 ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
- תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 ד. (1) קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $f(x)$, ואיזה מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעותיכם.
 (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = e^3$.



בהצלחה