

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות
 - פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות לבחירתכם – לכל שאלה 22 נקודות.
- סך הנקודות שתוכלו לצבור לא יעלה על 100.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
- יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.
- יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
- כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1–8 (לכל שאלה – 22 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות

1. הבית של חנן נמצא בין הבית של אורי ובין המכולת, כמתואר בסרטוט שלפניכם.



המרחק בין הבית של אורי ובין הבית של חנן הוא 3 ק"מ.

המרחק בין הבית של חנן ובין המכולת הוא 5 ק"מ.

אורי יצא מביתו ורכב על אופניו אל המכולת במהירות קבועה.

חנן יצא מביתו ורכב על אופניו אל המכולת במהירות הגבוהה ב-3 קמ"ש ממהירות הרכיבה של אורי.

חנן יצא מביתו 20 דקות לאחר שאורי יצא מביתו.

אורי וחנן הגיעו אל המכולת בדיוק באותו הזמן.

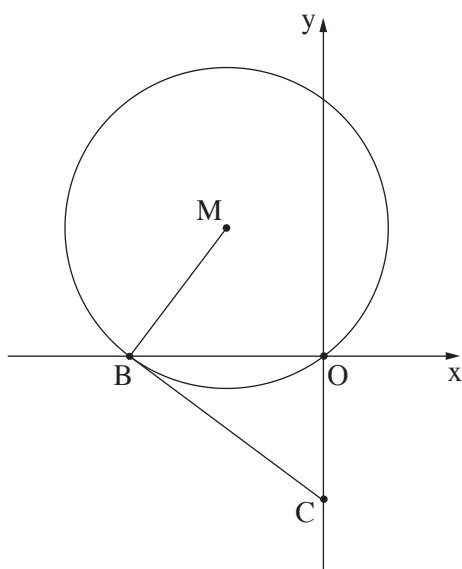
א. מצאו את מהירות הרכיבה של אורי.

כאשר הגיעו אורי וחנן אל המכולת הם ערכו בה קניות.

אורי היה במכולת 10 דקות, ומייד לאחר מכן הוא רכב על אופניו חזרה אל ביתו באותה המהירות שבה רכב קודם.

חנן היה במכולת 12 דקות, ומייד לאחר מכן רכב גם הוא על אופניו חזרה אל ביתו באותה המהירות שבה רכב קודם.

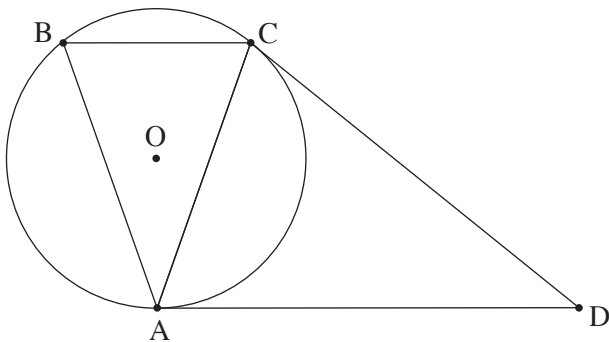
ב. מצאו באיזה מרחק מן המכולת נפגשו אורי וחנן בדרכם חזרה.



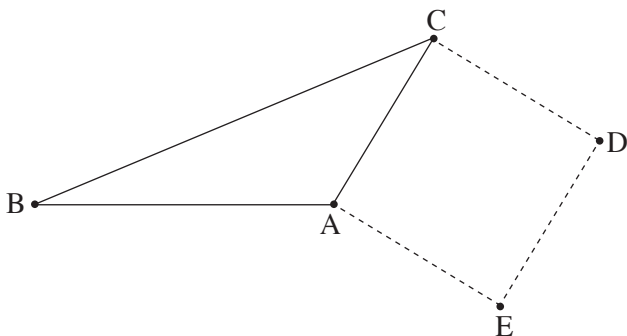
3. במפעל מסוים מייצרים מחשבים.

ה. מהי ההסתברות שבדיוק מחשב אחד הועבר למכירה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4. המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.
 הקטע AD משיק למעגל בנקודה A.
 הצלע BC מקבילה לקטע AD.
 א. הוכיחו כי המשולש ABC הוא שווה שוקיים.
 נתון כי הקטע CD משיק למעגל בנקודה C.
 ב. הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle DAC$.
 נתון: $AD = 18$, $BC = 8$.
 ג. מצאו את אורך הצלע AB.
 נתון כי רדיוס המעגל הוא $\sqrt{40.5}$.
 ד. מצאו את המרחק של המיתר AC ממרכז המעגל.



5. בסרטוט שלפניכם משולש ABC.
 נתון כי אורך הצלע BC גדול פי 2.3 מאורך הצלע AC,
 $\angle BAC = 120^\circ$.
 א. מצאו את גודל הזווית ABC.
 על הצלע AC בנו ריבוע ACDE, כמתואר בסרטוט.
 נתון כי שטח המשולש ABC הוא 25.
 ב. מצאו את שטח הריבוע ACDE.
 ג. מצאו את אורך הקטע BD.
 ד. מצאו פי כמה גדול רדיוס המעגל החוסם את המשולש BCD מרדיוס המעגל החוסם את הריבוע ACDE.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{4x^2}{x^2 - 9} + a$.
a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. הוכיחו כי הפונקצייה $f(x)$ היא זוגית.

ג. נתון כי גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = \sqrt{3}$.
מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 2$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על הסעיפים ד-ו.

ד. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.

(4) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x - 7)$.

ו. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.

(2) האם הפונקצייה $g(x)$ היא זוגית? נמקו את תשובתכם.

7. נתונה הפונקצייה $f(x) = 2x - 4\sqrt{5x - 16}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .

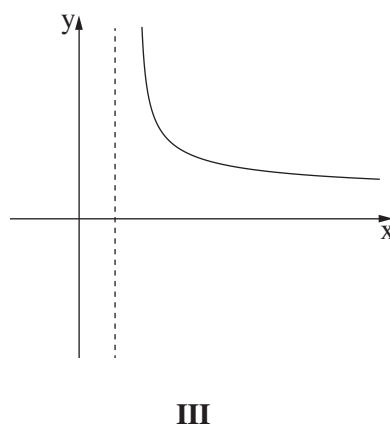
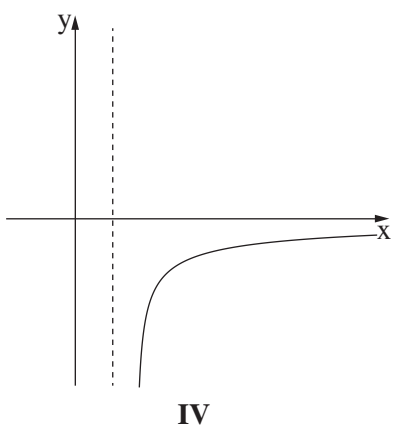
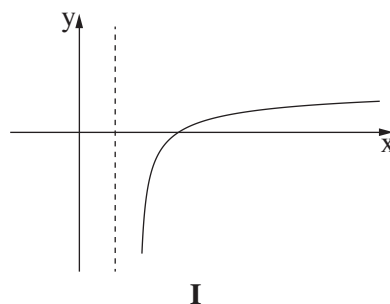
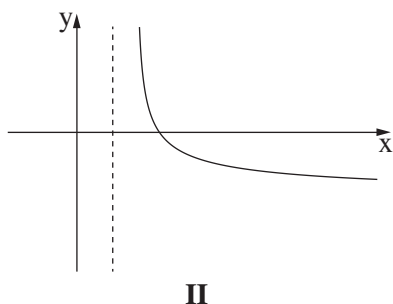
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x > 3.2$.

ה. (1) קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x = 4$ ו- $x = 13$.



8.

אדריכלית נוף תכננה מתחם ציבורי.

המתחם מורכב משלושה חלקים המחוברים זה לזה:

מבואה – המלבן ABCD

שביל גישה – המלבן BEFC

גן פסלים – הריבוע EGHK

הנקודות G, E, B, A נמצאות על ישר אחד, כמתואר בסרטוט.



אורך הקטע AG הוא 8 מטרים.

אורך הצלע EG גדול פי 2 מאורך הצלע AB.

נסמן ב- x את אורך הצלע AB.א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע BE.

נתון כי שטח המבואה הוא 1 מ"ר.

ב. (1) הביעו באמצעות x את אורך הצלע AD.(2) הביעו באמצעות x את השטח הכולל של המתחם.ג. מצאו את הערך של x שבעבורו השטח הכולל של המתחם הוא מינימלי.

ד. האם ייתכן שהשטח הכולל של המתחם הוא 9 מ"ר? נמקו את תשובתכם.

בהצלחה!