

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים ועשרים דקות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב
פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה
יש לענות על שלוש שאלות לבחירתכם – $3 \times 33\frac{1}{3} = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש.
יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על שלוש מן השאלות 1-5 (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).

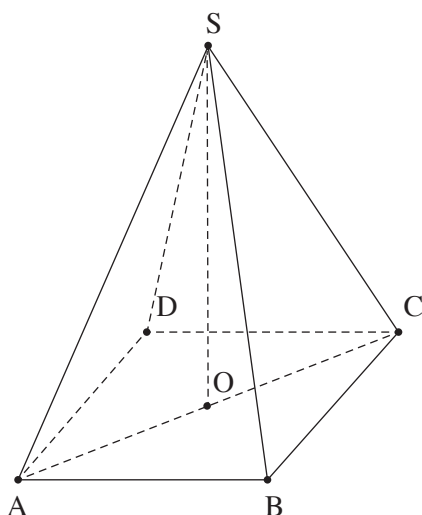
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

סדרות

1. תלמידי כיתה י"ב 1 ותלמידי כיתה י"ב 2 בבית ספר מסוים החליטו לערוך מסיבת סיום. כדי לממן את עלות המסיבה הם אספו במשך כמה שבועות בקבוקים ריקים, והעבירו אותם למחזור תמורת כסף. תלמידי כיתה י"ב 1 אספו בקבוקים במשך 5 שבועות. מספר הבקבוקים שהם אספו בכל שבוע גדול פי q ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע שלפניו. מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י"ב 1 בשבוע הרביעי גדול פי 3.375 ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע הראשון.
 - א. מצאו את הערך של q .
 - ב. מספר הבקבוקים סך הכול שאספו תלמידי כיתה י"ב 1 בשבוע הראשון ובשבוע האחרון היה 2,425. מצאו את מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י"ב 1 בשבוע הראשון.
 - ג. תלמידי כיתה י"ב 2 אספו בקבוקים במשך 18 שבועות. בכל שבוע הם אספו d בקבוקים יותר מבשבוע שלפניו. בשבוע השני תלמידי כיתה י"ב 2 אספו 230 בקבוקים. תלמידי כיתה י"ב 2 אספו 6,300 בקבוקים סך הכול. מצאו את הערך של d .
 - ד. בעבור כל בקבוק שהעבירו התלמידים למחזור, הם קיבלו 0.3 שקלים. העלות של מסיבת הסיום היא 3,400 שקלים. האם הסכום הכולל שקיבלו תלמידי שתי הכיתות ממחזור כל הבקבוקים יספיק למימון עלות המסיבה? נמקו את תשובתכם.

טריגונומטריה במרחב



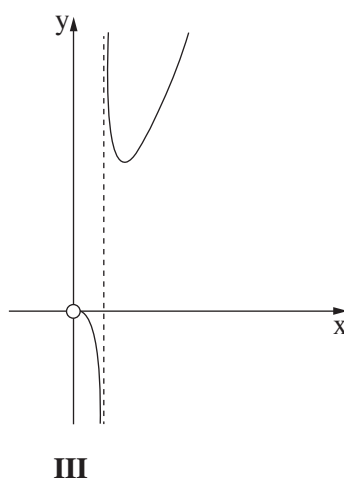
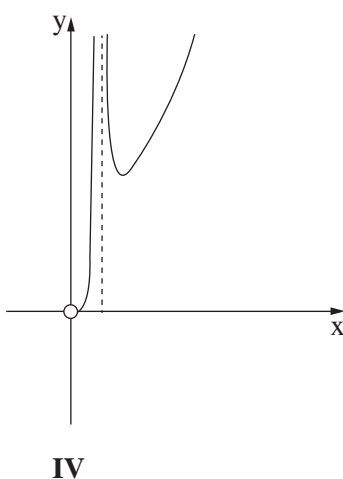
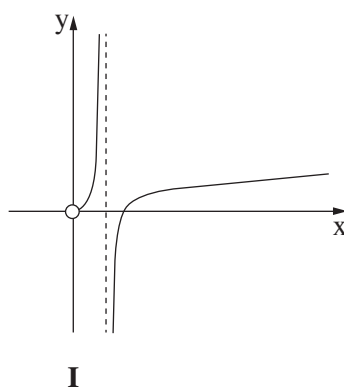
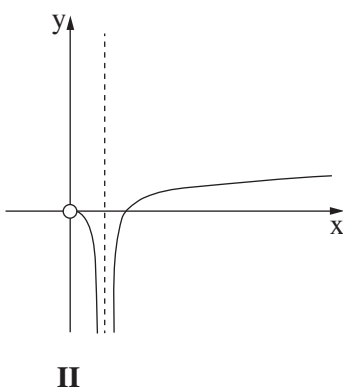
2. בסרטוט שלפניכם פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע. SO הוא גובה הפירמידה. נתון כי האורך של SO הוא 7.2 וכי נפח הפירמידה הוא 38.4.
 - א. מצאו את אורך מקצוע הבסיס ABCD.
 - ב. מצאו את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה.
 - הנקודה F נמצאת על גובה הפירמידה SO. מן הנקודה F חיברו קטעים לקודקודים A, B ו- D כך שנוצרה פירמידה ישרה FABD. נתון כי גודל הזווית שבין מקצוע צדדי של הפירמידה FABD ובין הבסיס ABD הוא 60° .
 - ג. (1) מצאו את אורך הקטע FO.
 - (2) מצאו פי כמה גדול נפח הפירמידה SABCD מנפח הפירמידה FABD.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות,
פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

3. נתונה הפונקצייה $f(x) = ax + 5 \cos(2x) - 1$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$.
 a הוא פרמטר.
 נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקצייה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{4}$ הוא -5 .
 א. מצאו את הערך של a .
 הציבו $a = 5$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על הסעיפים ב-ד.
 ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 נתונה הפונקצייה $g(x)$ שנגזרתה מקיימת $g'(x) = f(x)$.
 הפונקצייה $g(x)$ ופונקציית הנגזרת $g'(x)$ מוגדרות בתחום $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$.
 ד. לפניכם שני היגדים I-II. קבעו בעבור כל אחד מן ההיגדים אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.
 I. לפונקצייה $g(x)$ יש שתי נקודות קיצון פנימיות.
 II. הפונקצייה $g(x)$ עולה בתחום $0 < x < \frac{2}{3}\pi$.
 4. נתונה הפונקצייה $f(x) = (2x^2 - ax) \cdot e^x$, המוגדרת לכל x .
 a הוא פרמטר.
 נתון כי לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = 1$.
 א. מצאו את הערך של a .
 הציבו $a = 3$ בפונקצייה $f(x)$ וענו על הסעיפים ב-ו.
 ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקצייה $f(x)$.
 נתונה הפונקצייה $g(x) = -f(x) - 2e$, המוגדרת לכל x .
 ו. (1) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $g(x)$, וקבעו את סוגן.
 (2) האם גרף הפונקצייה $g(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.

5. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{x^2}{-6 + 4\ln(x)}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקצייה $f(x)$.
 ב. האם גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.
 ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 ד. תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (1) קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקצייה $f(x)$, ואיזה מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעותיכם.
 (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = e^3$.



בהצלחה!