

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

תוכנית חדשה

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות
 - פרק שני – גאומטריה
 - פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות. שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
 - (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
 - (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

ענו על חמש מן השאלות 1-8, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

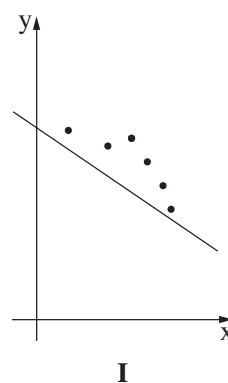
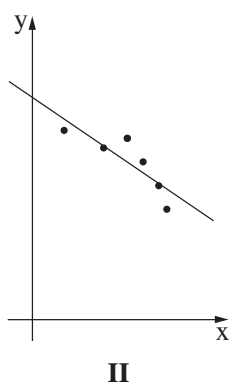
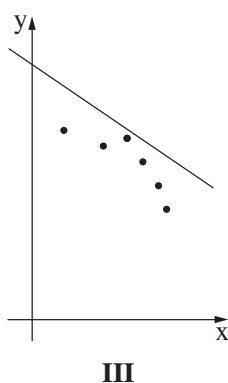
1. הציונים במבחן כניסה לאוניברסיטה מתפלגים נורמלית וסטיית התקן היא 8 .
93.3% מן הנבחנים קיבלו ציון נמוך מ- 92 .
א. מצאו את ממוצע הציונים במבחן.
- ב. 44% מן הנבחנים, אלה שהציונים שלהם היו הגבוהים ביותר, התקבלו לאוניברסיטה.
האם נבחן שהציון שלו 82 התקבל לאוניברסיטה? נמקו את תשובתכם.
חלק מן הנבחנים מוגדרים מצטיינים, והשאר אינם מוגדרים מצטיינים.
נבחנים שהציון שלהם גבוה מ- 90 מוגדרים מצטיינים.
- ג. מצאו כמה אחוזים מן הנבחנים התקבלו לאוניברסיטה, והם אינם מצטיינים.
2,338 נבחנים התקבלו לאוניברסיטה, והם אינם מצטיינים.
- ד. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה נבחנים סך הכול ניגשו למבחן הכניסה?
לנבחנים שלא התקבלו לאוניברסיטה הייתה אפשרות לגשת למבחן נוסף.
גם הציונים במבחן הנוסף מתפלגים נורמלית והממוצע שלהם הוא 81 .
נדב ניגש לשני המבחנים והציון שלו בכל אחד מהם הוא 72 . ציון התקן של נדב בשני המבחנים זהה.
- ה. מצאו את סטיית התקן במבחן הנוסף.

2. יואב בדק את הקשר הליניארי בין מרחק הריצה שלו (המשתנה x) לבין מהירות הריצה שלו (המשתנה y) ב-6 מסלולים שונים א'-ו'. הנתונים מוצגים בטבלה שלפניכם.

המסלול	מרחק הריצה (ק"מ) x המשתנה	מהירות הריצה (קמ"ש) y המשתנה
א'	2	13
ב'	4.5	12
ג'	6	12.5
ד'	7	?
ה'	8	9.5
ו'	8.5	8

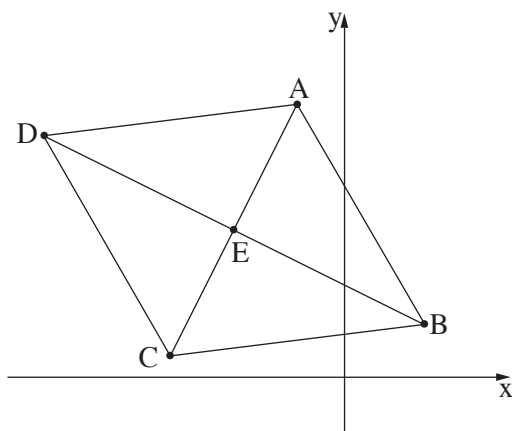
- א. חשבו את מרחק הריצה הממוצע של יואב ב-6 המסלולים.
- ב. הראו כי סטיית התקן של מרחק הריצה של יואב ב-6 המסלולים היא $S_x = \sqrt{\frac{59}{12}}$.
- ג. יואב מצא כי ממוצע מהירות הריצה שלו ב-6 המסלולים שווה למהירות הריצה שלו במסלול ד'. חשבו את מהירות הריצה של יואב במסלול ד'.
- ד. נתונים המספרים: 0.95, 0.24, -1, -0.86. אחד מהם הוא מקדם המתאם r . קבעו איזה מן המספרים הוא מקדם המתאם r , ונמקו את קביעתכם.
- ה. יואב חישב את סטיית התקן של מהירות הריצה שלו ב-6 המסלולים ומצא כי $S_y = \sqrt{\frac{37}{12}}$.
- ה. (1) מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .
- (2) על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי למהירות הריצה של יואב למרחק של 4 ק"מ?

- לפניכם שלוש דיאגרמות פיזור III-I. הנקודות בכל אחת מן הדיאגרמות מתארות את נתוני הריצה של יואב ב-6 המסלולים.
- ו. קבעו באיזו מן הדיאגרמות III-I מסורטט ישר הרגרסיה שמצאתם בסעיף ה. נמקו את קביעתכם.



3. בשתי מגירות א' ו-ב' יש שני סוגי פירות: תפוחים ואגסים.
 במגירה א' יש 7 תפוחים ו-11 אגסים.
 במגירה ב' יש 4 תפוחים ו-6 אגסים.
 מוציאים באקראי פרי אחד ממגירה א' ואחר כך מוציאים באקראי פרי אחד ממגירה ב'.
 א. מהי ההסתברות להוציא שני פירות מסוגים שונים?
 ב. (1) מהי ההסתברות להוציא לפחות תפוח אחד?
 (2) ידוע שהוציאו לפחות תפוח אחד. מהי ההסתברות שהוציאו שני תפוחים?
 החזירו כל פרי למגירה שממנה הוציאו אותו.
 העבירו משתי המגירות את כל הפירות למגירה ג', שהייתה ריקה.
 לאחר מכן הוסיפו x תפוחים למגירה ג'.
 מוציאים באקראי שני פירות בזה אחר זה (ללא החזרה) ממגירה ג'.
 נתון כי ההסתברות להוציא שני אגסים היא $\frac{8}{35}$.
 ג. מצאו את הערך של x .

פרק שני – גאומטריה



4. בסרטוט שלפניכם מעוין ABCD. אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה E.

נתון כי משוואת הצלע AB היא $y = -1.75x + 12.75$,

שיעור ה- x של הקודקוד A הוא -3 ,

ושיעורי הקודקוד C הם $(-11, 2)$.

א. (1) מצאו את שיעורי הנקודה E.

(2) מצאו את שיפוע האלכסון AC.

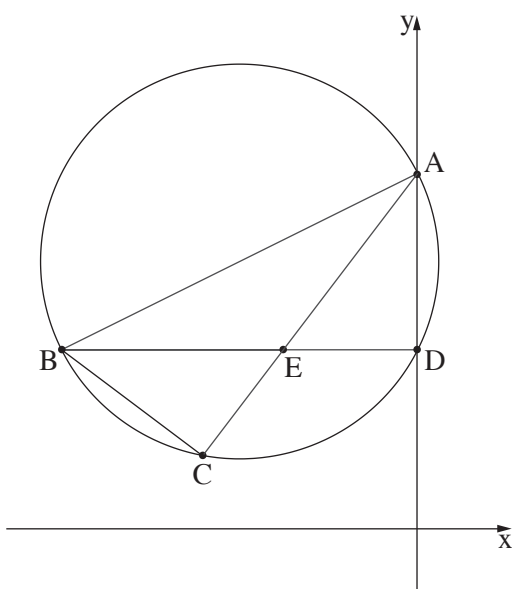
ב. (1) מצאו את משוואת האלכסון BD.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד B.

ג. מצאו את גודל הזווית ABE.

הנקודה G נמצאת על הקטע DE כך שגודל הזווית GAB הוא 97° .

ד. מצאו את אורך הקטע GE.



5. נתון מעגל החותך את החלק החיובי של ציר ה- y בנקודות A ו-D,

כמתואר בסרטוט.

BD ו-AC הם מיתרים במעגל הנחתכים בנקודה E.

נתון כי המיתר BD מקביל לציר ה- x .

א. (1) הסבירו מדוע AB הוא קוטר במעגל.

(2) הוכיחו כי $\angle CBD = \angle DAC$.

נתון: $BE = AE$.

ב. הוכיחו כי $\triangle CBE \cong \triangle DAE$.

נתון: $E(-7.5, 10)$, $AE = 12.5$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות B ו-A.

הנקודה M היא מרכז המעגל.

ד. מצאו את משוואת המעגל.

ה. (1) מהו אורך הצלע BC? נמקו את תשובתכם.

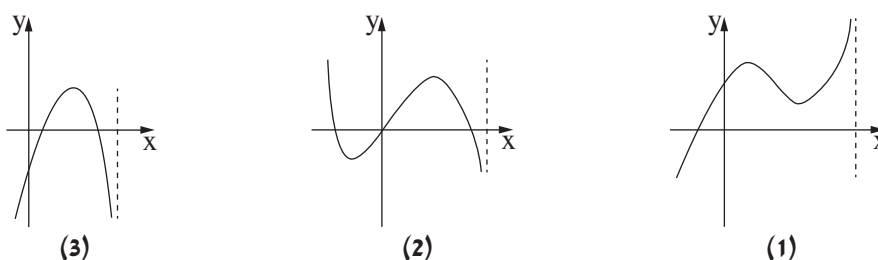
(2) חשבו את היקף המרובע BCEM.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{12x}{(x+4)^2}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 הישר $y = k$ וגרף הפונקצייה $f(x)$ נפגשים בנקודה אחת בדיוק, $k > 0$.
 ג. מצאו את הערך של k .
 נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) + 1$.
 ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) בעבור הערך של k שמצאתם, כמה נקודות משותפות יש לישר $y = k$ ולגרף הפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.

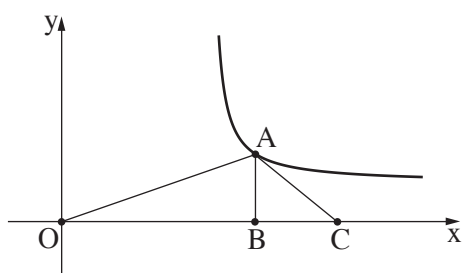
7. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \leq 1.5$,
 ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x < 1.5$.
 לפונקצייה $f(x)$ יש בדיוק שתי נקודות קיצון פנימיות.
 לפניכם שלושה גרפים (1)–(3). אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



- א. קבעו איזה מן הגרפים (1)–(3) מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \sqrt{3 - 2x}$.

- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 ג. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 (2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{x-6}{x-8}$ בתחום $x > 8$.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ בתחום $x > 8$.

מן הנקודה A העבירו אנך לציר ה- x , החותך אותו בנקודה B.

הנקודה C נמצאת על ציר ה- x מימין לנקודה B.

נתון: $OB = 2 \cdot BC$.

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.

א. (1) הביעו באמצעות t את אורך הקטע OC.

(2) הביעו באמצעות t את שטח המשולש AOC.

ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המשולש AOC הוא מינימלי.

בהצלחה!