

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

תוכנית חדשה

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון שני

הוראות

- א. משך הבחינה: שתיים ורבע.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שני פרקים, ובהם חמש שאלות.
פרק ראשון – סדרות, גאומטרייה במרחב וגדילה ודעיכה
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
יש לענות על שלוש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $3 \times 33 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
(1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
(2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
(1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
(2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

בהצלחה!

השאלות

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – $33\frac{1}{3}$ נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטרייה במרחב וגדילה ודעיכה

1. נתונה סדרה חשבונית A, ובה 57 איברים: a_1, a_2, a_3, \dots .

$$\text{נתון: } a_2 + a_4 = a_6.$$

האיבר האחרון בסדרה A הוא 171.

א. מצאו את הפרש הסדרה ואת a_1 .

נתונה סדרה הנדסית איך-סופית B שאיבריה הם: b_1, b_2, b_3, \dots .

$$\text{נתון: } 3 \cdot b_3 = a_8, \quad b_1 = a_6.$$

ב. מצאו את המנה של הסדרה B (מצאו את שתי האפשרויות).

נתון כי הסדרה B אינה עולה ואינה יורדת.

ג. מצאו את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה B.

2. בסרטוט שלפניכם פירמידה ABCE.

הנקודה D היא אמצע המקצוע BC.

הנקודה M נמצאת על ED כך ש- $\vec{EM} = \frac{2}{3}\vec{ED}$.

המקצוע AE הוא גובה בפירמידה.

$$\text{נתון: } \sphericalangle BAC = 90^\circ.$$

$$\text{נסמן: } \vec{AB} = \underline{u}, \quad \vec{AC} = \underline{v}, \quad \vec{AE} = \underline{w}.$$

א. הביעו באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו- \underline{w} את הווקטורים \vec{BC} , \vec{ED} ו- \vec{AM} .

$$\text{נתון: } |\underline{w}| = |\underline{v}| = |\underline{u}| = 12.$$

ב. (1) הוכיחו כי \vec{AM} מאונך ל- \vec{ED} .

(2) הוכיחו כי \vec{AM} מאונך למישור BEC.

$$\text{נתון: } A(0, 0, 0).$$

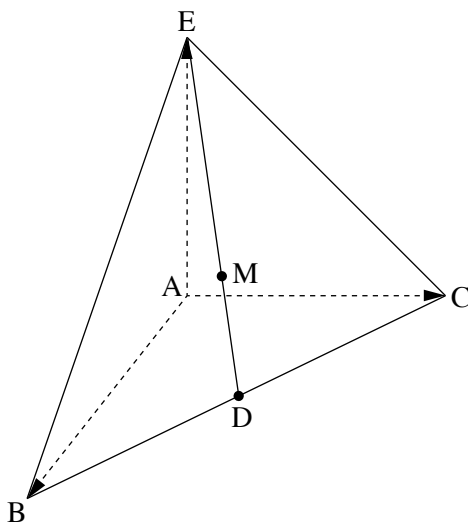
הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x, הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y,

והקודקוד E נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z.

ג. (1) מה הם שיעורי הנקודות B, C ו- E?

(2) מצאו את שיעורי הנקודות D ו- M.

ד. חשבו את שטח המשולש AMD.

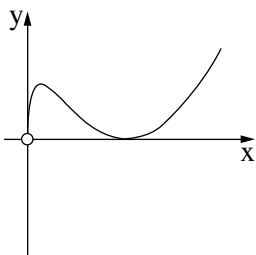


3. בשתי משתלות – משתלה א' ומשתלה ב' – החלו לשתול צמחים באותו היום. ביום זה שתלו במשתלה א' 600 צמחים, ובמשתלה ב' שתלו a צמחים. מספר הצמחים במשתלה א' גדל ב- 5% בכל שבוע, ומספר הצמחים במשתלה ב' גדל ב- 10% בכל שבוע. כעבור זמן מסוים מתחילת השתילה היה מספר הצמחים במשתלה א' שווה למספר הצמחים במשתלה ב'.
- א. לפניכם שתי טענות, I-II. קבעו איזו טענה נכונה. נמקו את קביעתכם.
- I. $a < 600$
- II. $a > 600$
- ב. כעבור 17 שבועות מתחילת השתילה היה מספר הצמחים במשתלה ב' גדול פי 2 ממספר הצמחים במשתלה א'.
- ג. מצאו את הערך של a .
- ד. כעבור 17 שבועות מתחילת השתילה, בשתי המשתלות הפסיקו את השתילה והחלו למכור את הצמחים. מאותו היום שבו החלו למכור, קטן מספר הצמחים במשתלה ב' בכל שבוע באחוז קבוע. כעבור 5 שבועות מן היום שבו החלו למכור, היה מספר הצמחים במשתלה ב' 53% ממספר הצמחים בתחילת המכירה. מצאו בכמה אחוזים קטן מספר הצמחים במשתלה ב' בכל שבוע.
- ה. מאותו היום שבו החלו למכור, קטן מספר הצמחים במשתלה א' בכל שבוע ב- 8%. מצאו כעבור כמה זמן מן היום שבו החלו למכור, היה מספר הצמחים במשתלה א' שווה למספר הצמחים במשתלה ב'.

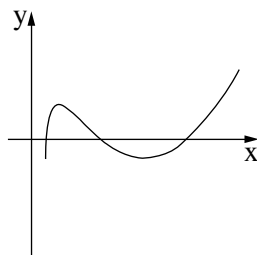
פרק שני – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 4x + a}$, a הוא פרמטר.
 לפונקצייה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית שמשוואתה היא $x = 2$.
 א. מצאו את הערך של a .
 ב. הציבו $a = 4$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ד.
 (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 נתונה הפונקצייה $h(x) = -f(x) + e^8$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 ד. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקצייה $h(x)$ עם ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.

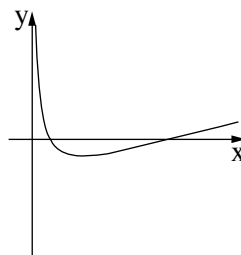
5. הפונקצייה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות בתחום $x > 0$.
 לפונקצייה $f(x)$ יש נקודת מינימום אחת בלבד ונקודת מקסימום אחת בלבד.
 נתון כי נקודת המינימום נמצאת מימין לנקודת המקסימום.
 א. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
 נתון כי $f(x) = 3x \cdot (\ln x)^2$.
 ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ג. קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את הפונקצייה $f(x)$.
 ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



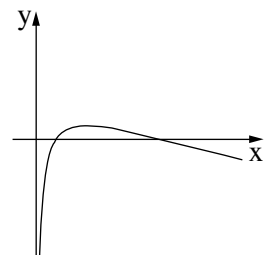
IV



III



II



I

בהצלחה!