

שימו לב: בבחינה זו יש הנחיות מיוחדות.
יש לענות על השאלות על פי הנחיות אלה.

מתמטיקה

4 יחידות לימוד – שאלון ראשון

הוראות

- א. משך הבחינה: ארבע שעות.
- ב. מבנה השאלון ומפתח ההערכה: בשאלון זה שלושה פרקים, ובהם שמונה שאלות.
- פרק ראשון – אלגברה, גאומטרייה אנליטית והסתברות
- פרק שני – גאומטרייה וטריגונומטרייה במישור
- פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש
- יש לענות על חמש שאלות, על שאלה אחת לפחות מכל פרק – $20 \times 5 = 100$ נקודות.
- ג. חומר עזר מותר בשימוש:
- (1) מחשבון לא גרפי. אין להשתמש באפשרויות התכנות במחשבון שיש בו אפשרות תכנות.
- שימוש במחשבון גרפי או באפשרויות התכנות במחשבון עלול לגרום לפסילת הבחינה.
- (2) דפי נוסחאות (מצורפים).
- ד. הוראות מיוחדות:
- (1) אין להעתיק את השאלה; יש לסמן את מספרה בלבד.
- (2) יש להתחיל כל שאלה בעמוד חדש. יש לרשום במחברת את שלבי הפתרון, גם כאשר החישובים מתבצעים בעזרת מחשבון.
- יש להסביר את כל הפעולות, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה ומסודרת.
- חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

יש לכתוב במחברת הבחינה בלבד. יש לרשום "טיוטה" בראש כל עמוד המשמש טיוטה.
כתיבת טיוטה בדפים שאינם במחברת הבחינה עלולה לגרום לפסילת הבחינה.

השאלות בשאלון זה מנוסחות בלשון רבים, אף על פי כן על כל תלמידה וכל תלמיד להשיב עליהן באופן אישי.

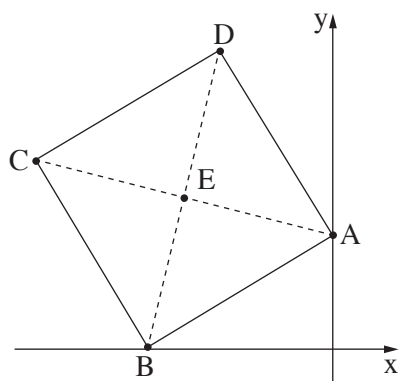
בהצלחה!

השאלות

יש לענות על חמש מן השאלות 1–8, על שאלה אחת לפחות מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית והסתברות

1. נועם יצא להליכה בשעה 8:00 במסלול שאורכו 16 ק"מ.
 הוא הלך 4 ק"מ במהירות קבועה ואז עצר למשך 6 דקות.
 לאחר העצירה המשיך נועם ללכת במהירות הגבוהה ב-2 קמ"ש ממהירות ההליכה ההתחלתית שלו.
 נועם הגיע אל סוף המסלול בשעה 11:50.
א. מצאו את מהירות ההליכה ההתחלתית של נועם.
ב. אילו נועם לא היה עוצר כלל, ולאחר 4 ק"מ הולך במהירות הגבוהה ב-3 קמ"ש מן המהירות ההתחלתית שלו, באיזו שעה הוא היה מגיע אל סוף המסלול?



2. בסרטוט שלפניכם ריבוע ABCD. הקודקוד A מונח על החלק החיובי של ציר ה- y , והקודקוד B מונח על החלק השלילי של ציר ה- x .
 אלכסוני הריבוע נפגשים בנקודה E.
 נתון כי משוואת האלכסון AC היא $y = -\frac{1}{4}x + 12$, ואורך צלע הריבוע הוא $\sqrt{544}$.
א. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-B.
ב. (1) מצאו את משוואת האלכסון BD.
 (2) מצאו את שיעורי הנקודה E.
ג. מצאו את משוואת המעגל החוסם את הריבוע ABCD.
 המעגל שאת משוואתו מצאתם בסעיף ג חותך את ציר ה- y בנקודה נוספת, הנקודה P.
ד. חשבו את היקף המרובע AEDP.

3. בשתי מגירות א' ו-ב' יש שני סוגי פירות: תפוחים ואגסים.
- במגירה א' יש 5 תפוחים ו-11 אגסים.
- במגירה ב' יש 4 תפוחים ו-6 אגסים.
- מוציאים באקראי פרי אחד ממגירה א' ואחר כך מוציאים באקראי פרי אחד ממגירה ב'.
- א. מהי ההסתברות להוציא שני פירות מסוגים שונים?
- ב. (1) מהי ההסתברות להוציא לפחות תפוח אחד?
(2) ידוע שהוציאו לפחות תפוח אחד. מהי ההסתברות שהוציאו שני תפוחים?
- החזירו כל פרי למגירה שממנה הוציאו אותו.
- העבירו משתי המגירות את כל הפירות למגירה ג', שהייתה ריקה.
- לאחר מכן הוסיפו x תפוחים למגירה ג'.
- מוציאים באקראי שני פירות בזה אחר זה (ללא החזרה) ממגירה ג'.
- נתון כי ההסתברות להוציא שני אגסים היא $\frac{8}{33}$.
- ג. מצאו את הערך של x .

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4. המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.

AB הוא קוטר במעגל.

דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל.

הנקודה E נמצאת על המשיק כך שהקטע AE מאונך לקטע CE (ראו סרטוט).

א. הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle ACE$.

נתון כי אורך רדיוס המעגל הוא 5,

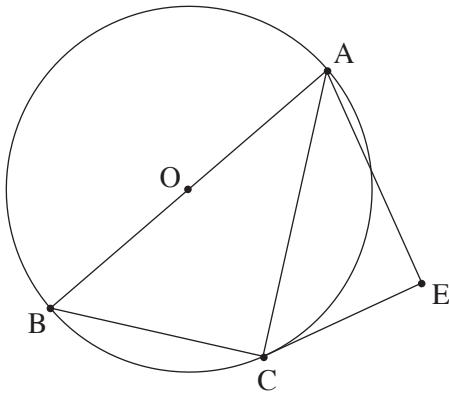
AE = 6.4.

ב. מצאו את אורך הקטע AC.

המשך הרדיוס CO חותך את המעגל בנקודה נוספת, P.

ג. הוכיחו כי המרובע ACBP הוא מלבן.

ד. מצאו פי כמה גדול שטח המלבן ACBP משטח המשולש ACE.



5. בסרטוט שלפניכם משולש ABC.

BM הוא חוצה זווית ABC.

נתון: $AM = 8.5$, $BM = 10$, $AB = 14$.

א. (1) מצאו את גודל הזווית BAM.

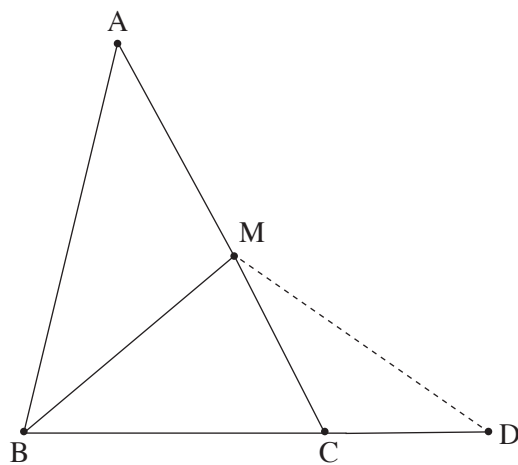
(2) מצאו את גודל הזווית ABM.

הנקודה D נמצאת על המשך הצלע BC.

נתון: שטח המשולש BMD הוא 50.

ב. מצאו את אורך הקטע BD.

ג. מצאו את האורך של רדיוס המעגל החוסם את משולש MCD.

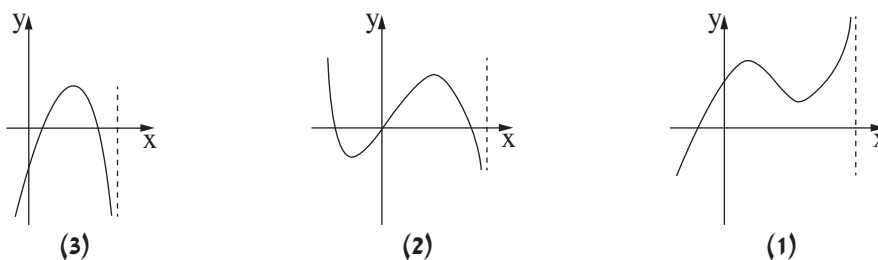


**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש**

6. נתונה הפונקצייה $f(x) = \frac{9x}{(x+3)^2}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.
 (3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ג. הישר $y = k$ וגרף הפונקצייה $f(x)$ נפגשים בנקודה אחת בדיוק, $k > 0$.
 מצאו את הערך של k .
 נתונה הפונקצייה $g(x) = f(x) + 1$.
 ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $g(x)$.
 (2) בעבור הערך של k שמצאתם, כמה נקודות משותפות יש לישר $y = k$ ולגרף הפונקצייה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.

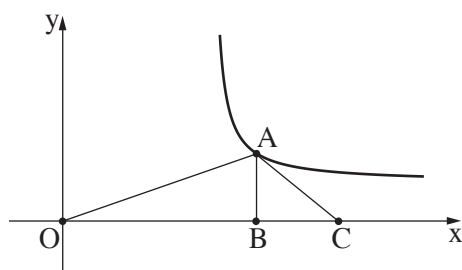
7. הפונקצייה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \leq 1.5$,
 ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x < 1.5$.
 הפונקצייה $f(x)$ יש בדיוק שתי נקודות קיצון פנימיות.
 לפניכם שלושה גרפים (1)–(3). אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



- א. קבעו איזה מן הגרפים (1)–(3) מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \sqrt{3 - 2x}$.

- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם הצירים.
 ג. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 (2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקצייה $f(x)$.
 ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.
 ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



8. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x) = \frac{x-3}{x-4}$ בתחום $x > 4$. הנקודה O היא ראשית הצירים.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ בתחום $x > 4$.

מן הנקודה A העבירו אנך לציר ה- x , החותך אותו בנקודה B.

הנקודה C נמצאת על ציר ה- x מימין לנקודה B.

נתון: $OB = 2 \cdot BC$.

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.

א. (1) הביעו באמצעות t את אורך הקטע OC.

(2) הביעו באמצעות t את שטח המשולש AOC.

ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המשולש AOC הוא מינימלי.

בהצלחה!